

## Сравнение форм представления вторичного тока трансформатора тока

*Рыбалкин Дмитрий Алексеевич – 8 918 55 66 11 0*

*Южно-Российский государственный политехнический университет имени М.И. Платова*

### Введение

Применив современные компьютеры и программное обеспечение получим таблицы с столбцами, а так же построим графики:

- номер точки;
- время, для которого выполнен расчет;
- первичный и вторичный токи и ток намагничивания.

Для схемы, приведенной на рис.1 ток короткого замыкания имеет вид

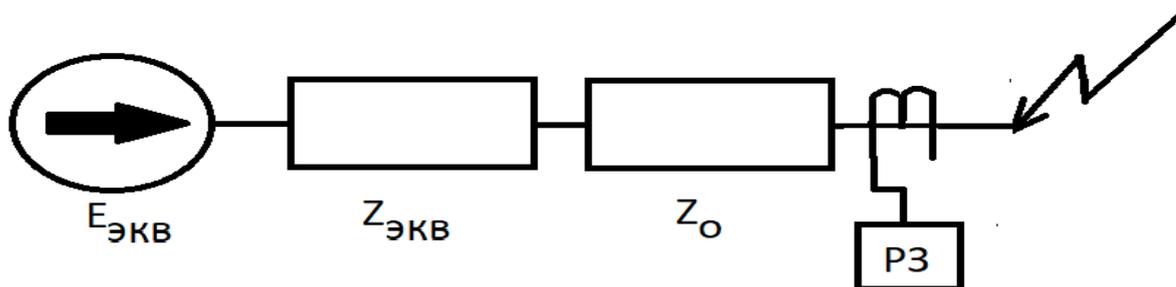


Рис.1 Эквивалентная схема замещения для расчета тока короткого замыкания.

Для этой схемы замещения ток описывается выражением:

$$i_1 = \left( \left[ e^{\frac{-t}{T_a}} \cos \varphi - \cos(\omega t + \varphi) \right] \right)$$

Однако, работа с таблицей в дальнейшем сложна, так как требует больших объемов памяти для хранения и передачи данных. Поэтому целесообразно использовать выражение для вторичного тока ТТ в форме суммы элементарных функций. Такое представление известно, например - разложение в ряд Фурье. Однако в этом случае количество членов стремится к бесконечности, и тогда возникает вопрос о величине погрешности. Это происходит по причине того, что необходимо ограничить ряд некоторым количеством членов.

Рассмотрим возможность получения выражения для вторичного тока ТТ в виде конечного числа элементарных функций.

При активно-индуктивной линейной нагрузке работа ТТ описывается уравнениями (1):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi}{dt} &= r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}; \\ Hl &= (i_1' - i_2)w_2 = i_0 w_2; \\ \Psi &= \Psi(i_0). \end{aligned} \right\} (1),$$

где  $\Psi = \Phi w_2 = BS w_2$  — основное потокосцепление со вторичной обмоткой;  $i_0 = \frac{Hl}{w_2}$  — намагничивающий ток, приведенный к виткам вторичной обмотки.

С целью определения токовой погрешности ТТ в режиме КЗ необходимо найти ток намагничивания  $i_0$ .

На практике зависимость  $\Psi = \Psi(i_0)$  задаётся в форме зависимости  $B=B(H)$ .

Подставив второе уравнение в первое и проведя преобразования, получим уравнение, содержащее в левой части две неизвестных величины  $B$  и  $H$ , а справа - функцию от времени, содержащую первичный ток КЗ:

$$W_2 S \frac{dB}{dt} + \frac{lr_2}{W_2} H + L_2 \frac{l}{W_2} \frac{dH}{dt} = r_2 \left( \frac{i_1 W_1}{W_2} \right) + L_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_1 W_1}{W_2} \right)$$

$$W_2 S \frac{dB}{dt} + \frac{lr_2}{W_2} H + L_2 \frac{l}{W_2} \frac{dH}{dt} = r_2 \left( \frac{i_1 W_1}{W_2} \right) + L_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_1 W_1}{W_2} \right)$$

После замены  $\frac{dB}{dt} = \frac{dB}{dH} \frac{dH}{dt}$  получаем:

$$\frac{dB}{dH} \frac{dH}{dt} + \frac{lr_2}{W_2^2 S} H + L_2 \frac{l}{W_2^2 S} \frac{dH}{dt} = r_2 \left( \frac{i_1 W_1}{W_2^2 S} \right) + L_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_1 W_1}{W_2^2 S} \right)$$

$$\left( \frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{lr_2}{W_2^2 S} H = r_2 \left( \frac{i_1 W_1}{W_2^2 S} \right) + L_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{i_1 W_1}{W_2^2 S} \right)$$

Рассмотрим возможность применения более точной аппроксимации кривой намагничивания.

Количество аппроксимирующих участков зависит от требуемой точности расчета и диапазона изменения намагничивающего поля.

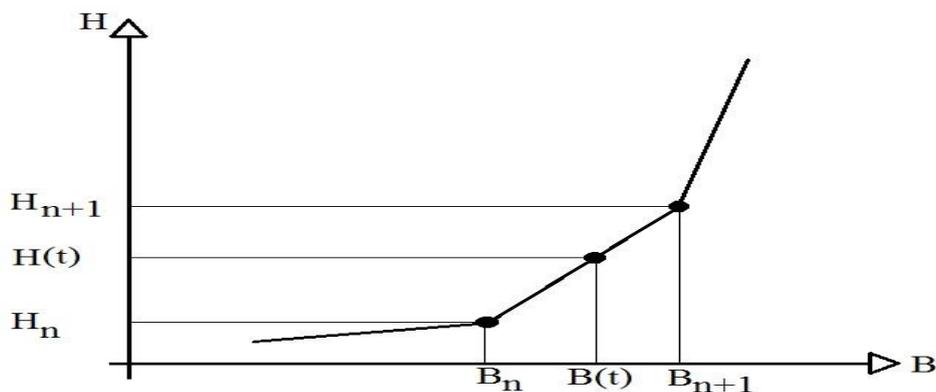


Рис.2. (Аппроксимация кривой намагничивания стали отрезками прямых .)

Для решения уравнения определим функциональную зависимость Н от В в форме  $H_n(t) = k_n \cdot (B(t) - B_n) + b_n$ . Эта запись справедлива для любого интервала, координаты которого заданы двумя точками на графике Н(В), а именно  $(B_n; H_n)$  и  $(B_{n+1}; H_{n+1})$ . Значения коэффициентов  $k_n$  и  $b_n$  определяются по кривой для каждого интервала линеаризации по формулам  $k_n = \frac{H_{n+1} - H_n}{B_{n+1} - B_n}$ , а  $b_n = H_n$ . Рис.2

$$\frac{dB}{dH} = k_n = \frac{B_{n+1} - B_n}{H_{n+1} - H_n}$$

$$\left( \frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{r_2 l}{W_2^2 S} H = G(t)$$

$$\left( k_n + L_2 \frac{l}{W_2^2 S} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{r_2 l}{W_2^2 S} H = G(t)$$

Для каждого интервала находим коэффициент:

№	H (А/м)	B (Тл)	ΔH	ΔB	Tg	dB/dH	dB/dH
1	0	0	0	0	0		
2	80	1,18	80	1,18	67,8	0,01475	0,01475
3	160	1,42	80	0,24	333,33	0,003	0,003
4	240	1,54	80	0,12	666,67	0,0015	0,0015
5	800	1,68	560	0,14	4000	0,00025	0,00025
6	1600	1,83	800	0,15	5333,33	0,0001875	0,000188
7	2400	1,88	800	0,05	16000	0,0000625	6,25E-05
8	8000	1,92	5600	0,04	140000	0,00000714	7,14E-06
9	16000	1,97	8000	0,05	160000	0,00000625	6,25E-06
10	24000	1,98	8000	0,01	800000	0,00000125	1,25E-06
11	100000	2,05	76000	0,07		0,00000026316	9,21E-07

Таблица 1. Координаты точек кривой В(Н)

Для первого интервала:

$$k_1 = \frac{1,18 - 0}{80 - 0} = 0,01475$$

$$\left( 0,01475 + \frac{0,0063 \cdot 0,9}{109,10111} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{2,64 \cdot 0,9}{239^2 \cdot 19,1 \cdot 10^{-4}} H = 0$$

$$0,0148H'(t) + 0,0218H = 0$$

$$H'(t) + \frac{0,0218}{0,0148} H = 0$$

$$H'(t) + 1,47H = 0$$

$$H = e^{-\frac{t}{T_a^{(1)}}} + c,$$

$$\text{где } T_a^{(1)} = \frac{1}{1,47} = 0,68 \text{ с}$$

$$H = e^{\frac{-t}{0,68}} + c$$

Для второго интервала:

$$k_2 = \frac{1,42 - 1,18}{160 - 80} = 0,003$$

$$\left(0,003 + \frac{0,0063 \cdot 0,9}{109,10111}\right) \frac{dH}{dt} + \frac{2,64 \cdot 0,9}{239^2 \cdot 19,1 \cdot 10^{-4}} H = 0$$

$$0,00305H'(t) + 0,0218H = 0$$

$$H'(t) + \frac{0,0218}{0,00305} H = 0$$

$$H'(t) + 7,14H = 0$$

$$H = e^{\frac{-t}{T_a^{(2)}}} + c,$$

$$\text{где } T_a^{(2)} = \frac{1}{7,14} = 0,14 \text{ с}$$

$$H = e^{\frac{-t}{0,14}} + c$$

Данные вычисления аналогично проводятся для каждого последующего интервала.

В случае применения КЛХН выражение  $\frac{dB}{dH}$  для каждого участка будет являться постоянной величиной. Значит:  $\left(\frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S}\right) \frac{dH}{dt} + \frac{lr_2}{W_2^2 S} H = r_2 \left(\frac{i_1 W_1}{W_2^2 S}\right) + L_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{i_1 W_1}{W_2^2 S}\right)$  - это дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами для каждого отрезка кривой В(Н). Для решения такого уравнения достаточно задать начальное условие в форме  $H(t_0) = H_0$  при  $t = t_0$ . В результате получим решение задачи в аналитическом виде суммы вынужденной и свободной составляющих. Это решение справедливо для выбранного отрезка прямой.

$$\frac{dB}{dH} = k_n = \frac{B_{n+1} - B_n}{H_{n+1} - H_n}$$

$$\left(\frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S}\right) \frac{dH}{dt} + \frac{r_2 l}{W_2^2 S} H = r_2 \left(\frac{i_1 W_1}{W_2^2 S}\right) + L_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{i_1 W_1}{W_2^2 S}\right)$$

$$\left(\frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S}\right) \frac{dH}{dt} + \frac{lr_2}{W_2^2 S} H = \frac{\sqrt{2}IZ}{K_{\text{ТТ}} W_2 S} \left(\cos \varphi_{\text{НГ}} i_1(t) + \frac{x_2}{\omega} i_1'(t)\right),$$

$$\text{где } i_1 = \left( \left[ e^{\frac{-t}{T_a}} \cos \varphi - \cos(\omega t + \varphi) \right] \right)$$

$$\frac{di_1}{dt} = \left[ -\left( e^{\frac{-t}{T_a}} \frac{\cos \varphi}{T_a} + \omega \sin(\omega t + \varphi) \right) \right]$$

Так как  $I_m$  уже вынесли, это  $\sqrt{2}I$ .

$$\frac{x_2}{\omega} = \frac{Z \sin \varphi_{\text{НГ}}}{\omega}$$

Тогда

$$\left(\frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S}\right) \frac{dH}{dt} + \frac{lr_2}{W_2^2 S} H = \frac{\sqrt{2}IZ}{K_{\text{ТТ}} W_2 S} \left( \cos \varphi_{\text{НГ}} i_1(t) + \frac{\sin \varphi_{\text{НГ}}}{\omega} i_1'(t) \right)$$

$$a \frac{dH}{dt} + bH = \frac{\sqrt{2}IZ}{K_{\text{ТТ}} W_2 S} \left( \cos \varphi_{\text{НГ}} \left( \left[ e^{\frac{-t}{T_a}} \cos \varphi - \cos(\omega t + \varphi) \right] \right) \right. \\ \left. + \frac{\sin \varphi_{\text{НГ}}}{\omega} \left( \left[ -\left( e^{\frac{-t}{T_a}} \frac{\cos \varphi}{T_a} + \omega \sin(\omega t + \varphi) \right] \right) \right) \right)$$

$$a \frac{dH}{dt} + bH =$$

$$\frac{\sqrt{2}IZ}{K_{\text{ТТ}} W_2 S} \left( \cos \varphi_{\text{НГ}} \left( \left[ e^{\frac{-t}{T_a}} \cos \varphi - \cos(\omega t + \varphi) \right] \right) + \frac{\sin \varphi_{\text{НГ}}}{\omega} \left( \left[ -\left( e^{\frac{-t}{T_a}} \frac{\cos \varphi}{T_a} + \omega \sin(\omega t + \varphi) \right] \right) \right) \right),$$

$$\text{где } a = \frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S}, \quad b = \frac{lr_2}{W_2^2 S}, \quad g = \frac{\sqrt{2}IZ}{K_{\text{ТТ}} W_2 S} d_1 = \cos \varphi_{\text{НГ}}, \quad d_2 = \frac{\sin \varphi_{\text{НГ}}}{\omega}.$$

Тогда:

$$a \frac{dH}{dt} + bH = g(d_1 \cos \varphi e^{\frac{-t}{T_a}} - d_1 \cos(\omega t + \varphi) - d_2 \frac{e^{\frac{-t}{T_a}} \cos \varphi}{T_a} + d_2 \omega \sin(\omega t + \varphi))$$

$$a \frac{dH}{dt} + bH = g(\cos \varphi e^{\frac{-t}{T_a}} \left( d_1 - \frac{d_2}{T_a} \right) - d_1 \cos(\omega t + \varphi) + d_2 \omega \sin(\omega t + \varphi))$$

$$\frac{dH}{dt} + \frac{b}{a} H = \frac{g}{a} (\cos \varphi e^{\frac{-t}{T_a}} \left( d_1 - \frac{d_2}{T_a} \right) - d_1 \cos(\omega t + \varphi) + d_2 \omega \sin(\omega t + \varphi))$$

Подставив значения и просчитав для каждого участка  $H(0)$  находим  $C_1$

Для ТТ типа ТФНД-110М-600/5 [12] при  $I_{\text{НОМ}} = 600 \text{ А}$ ,  $K_{\text{НОМ}} = 10$ ,  $Z_{\text{нагр}} = 3,3$

Ом,  $W_1 = 2$ ,  $W_2 = 239$ ,  $l = 90 \text{ см}$ ,  $S = 19,1 \text{ см}^2$ ,  $I_{\text{кз}} = 6000 \text{ А}$ ,  $T_1 = 0,1 \text{ с}$

$$r_2 = Z_{\text{нагр}} \cos \varphi_{\text{нагр}} = 3,3 \cdot 0,8 = 2,64 \text{ Ом}$$

$$x_2 = Z_{\text{нагр}} \sin \varphi_{\text{нагр}} = 3,3 \cdot 0,6 = 1,98 \text{ Ом}$$

$$\left( 0,01475 + \frac{0,0063 \cdot 0,9}{109,10111} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{2,64 \cdot 0,9}{239^2 \cdot 19,1 \cdot 10^{-4}} H$$

$$= \frac{2 * \sqrt{2}IZ}{W_2^2 S} \left( \cos \varphi e^{\frac{-t}{T_a}} \left( \cos \varphi_{\text{НГ}} - \frac{\sin \varphi_{\text{НГ}}}{\omega T_a} \right) \right. \\ \left. - \cos \varphi_{\text{НГ}} \cos(\omega t + \varphi) + \frac{\sin \varphi_{\text{НГ}}}{\omega} \omega \sin(\omega t + \varphi) \right)$$

$$0,0148H'(t) + 0,0218H = \frac{2 * 1,41 * 6000 * 3,3}{239^2 * 0,00191} \left( \cos\varphi e^{\frac{-t}{T_a}} \left( 0,8 - \frac{0,6}{314 * 0,1} \right) - 0,8 \cos(314,159t + \varphi) + \frac{0,6}{314} * 314 \sin(314,159t + \varphi) \right)$$

$$0,0148H'(t) + 0,0218H = \frac{2 * 1,41 * 6000 * 3,3}{239^2 * 0,00191} \left( \cos\varphi e^{\frac{-t}{T_a}} \left( 0,8 - \frac{0,6}{314 * 0,1} \right) - 0,8 \cos(314,159t + \varphi) + \frac{0,6}{314} * 314 \sin(314,159t + \varphi) \right)$$

$$0,0148H'(t) + 0,0218H = \frac{2 * 1,41 * 6000 * 3,3}{239^2 * 0,00191} \left( \cos\varphi e^{\frac{-t}{T_a}} \left( 0,8 - \frac{0,6}{314 * 0,1} \right) - 0,8 \cos(314,159t + \varphi) + 0,6 \sin(314,159t + \varphi) \right)$$

$$0,0148H'(t) + 0,0218H = 399,65 \cos\varphi e^{\frac{-t}{T_a}} - 409,425 \cos(314,159t + \varphi) + 307,069 \sin(314,159t + \varphi)$$

$$H'(t) + 1,47H = 2699,84 \cos\varphi e^{\frac{-t}{T_a}} - 27660 \cos(314,159t + \varphi) + 20745,1 \sin(314,159t + \varphi)$$

$$a=1,47 \quad b=2699,84 \quad d=-27660 \quad g=20745,1$$

Подставить  $h(0) = 0$  и получить  $C_1$ .

$$h(t) = \frac{314d + ag}{a^2 + 98598} * \sin(314t + \varphi) + \frac{ad - 314g}{a^2 + 98598} * \cos(314t + \varphi) + \frac{bT \cos(\varphi) e^{-\frac{t}{T}}}{aT - 1} + C_1 e^{-at}$$

При  $t=0$  имеем:

$$h(0) = \frac{314d + ag}{a^2 + 98598} * \sin(\varphi) + \frac{ad - 314g}{a^2 + 98598} * \cos(\varphi) + \frac{bT \cos(\varphi)}{aT - 1} + C_1$$

, отсюда:

$$C_1 = h(0) - \frac{314d + ag}{a^2 + 98598} * \sin(\varphi) - \frac{ad - 314g}{a^2 + 98598} * \cos(\varphi) - \frac{bT \cos(\varphi)}{aT - 1}$$

Таким образом, в результате будет получено решение для любого отрезка аппроксимирующей прямой.

Аналогично проведя вычисления для каждого интервала, получаем результат в виде таблицы.

	A	B	C	D	H(t)	I0(t)	I1(t)	I2(t)
0	0	-66,477	-3165,76	3232,23	0	0	0	0
0,0005	- 13,738	-65,659	-3149,97	3229,86	0,49255	0,002	0,519	0,517
0,001	- 27,138	-63,224	-3134,26	3227,48	2,86312	0,011	2,761	2,75
0,0015	-39,87	-59,232	-3118,63	3225,11	7,38209	0,028	6,662	6,634
0,002	-51,62	-53,781	-3103,07	3222,74	14,2651	0,054	12,12	12,07
0,0025	- 62,099	-47,007	-3087,59	3220,37	23,6675	0,089	18,99	18,9
0,003	- 71,049	-39,074	-3072,2	3218	35,6811	0,134	27,09	26,96
0,0035	- 78,249	-30,18	-3056,87	3215,63	50,3312	0,19	36,22	36,03
0,004	- 83,523	-20,543	-3041,63	3213,27	67,5765	0,254	46,14	45,89
0,0041	- 84,334	-18,547	-3038,59	3212,8	71,3287	0,269	48,2	47,93
0,0042	- 85,062	-16,532	-3035,55	3212,32	75,1794	0,283	50,28	49,99
0,0043	- 85,706	-14,502	-3032,52	3211,85	79,1275	0,298	52,37	52,07
0,004325	- 85,854	-13,992	-3031,76	3211,73	80,1295	0,302	52,9	52,6

Таблица 2. Результаты по первому интервалу.

0,004325	- 410,54	-69,446	-43781,4	44341,5	80,1295	0,302	52,9	52,6
0,00435	- 411,22	-66,911	-43770,5	44333,6	85,0181	0,32	53,43	53,1
0,0044	- 412,51	-61,827	-43748,6	44317,8	94,8796	0,357	54,48	54,12
0,0045	- 414,77	-51,616	-43704,9	44286,2	114,937	0,433	56,61	56,17
0,0046	- 416,63	-41,354	-43661,2	44254,6	135,433	0,51	58,74	58,23
0,0047	- 418,08	-31,051	-43617,6	44223	156,36	0,589	60,88	60,29
0,00472	- 418,32	-28,987	-43608,8	44216,7	160,597	0,605	61,31	60,71

Таблица 3. Результаты по второму интервалу.

0,00472	- 807,66	-58,536	60917,7	-59890,9	160,597	0,605	61,31	60,71
---------	-------------	---------	---------	----------	---------	-------	-------	-------

0,00475	-808,3	-52,278	60899,4	-59865,7	173,154	0,652	61,96	61,3	
0,0048	-	809,19	-41,838	60869	-59823,7	194,24	0,731	63,03	62,3
0,00485	-	809,89	-31,388	60838,5	-59781,7	215,522	0,812	64,11	63,3
0,0049	-	810,39	-20,929	60808,1	-59739,8	236,998	0,892	65,19	64,29
0,00491	-	810,47	-18,837	60802,1	-59731,4	241,316	0,909	65,4	64,49

Таблица 4. Результаты по третьему интервалу.

0,00491	-3395,9	-113,59	20284,8	-16533,9	241,316	0,909	65,4	64,49
0,00495	-3396,9	-63,11	20276,6	-16486,3	330,367	1,244	66,26	65,02
0,005	-3397,3	-0,0001	20266,5	-16427	442,261	1,665	67,34	65,68
0,00505	-3396,9	63,11	20256,4	-16367,8	554,784	2,089	68,42	66,33
0,0051	-3395,6	126,2	20246,2	-16308,9	667,921	2,515	69,5	66,98
0,00515	-3393,5	189,27	20236,1	-16250,2	781,659	2,943	70,58	67,63
0,00516	-3393	201,88	20234,1	-16238,5	804,477	3,029	70,79	67,76

Таблица 5. Результаты по четвертому интервалу.

0,00516	-3930,2	262,38	19581,7	-15109,3	804,477	3,029	70,79	67,76
0,0052	-3927,4	327,89	19573,8	-15054,5	919,816	3,464	71,65	68,19
0,0053	-3917,7	491,43	19554,3	-14918,2	1209,77	4,556	73,8	69,25
0,0054	-3904,2	654,49	19534,7	-14783,2	1501,89	5,656	75,95	70,29
0,00543	-3899,3	703,29	19528,9	-14742,9	1589,92	5,987	76,59	70,6
0,005434	-3898,7	709,79	19528,1	-14737,5	1601,68	6,031	76,67	70,64

Таблица 6. Результаты по пятому интервалу.

0,005434	-4509,9	1535,3	18345	-13768,7	1601,68	6,031	76,67	70,64
0,00545	-4506,8	1591,5	18342,1	-13726,9	1699,98	6,402	77,02	70,61
0,0055	-4496,1	1767	18332,9	-13596,9	2006,83	7,557	78,08	70,52
0,00555	-4484,4	1942	18323,8	-13468,2	2313,12	8,711	79,14	70,43
0,00556	-4481,9	1976,9	18321,9	-13442,6	2374,31	8,941	79,36	70,42
0,005565	-4480,7	1994,4	18321	-13429,8	2404,9	9,056	79,46	70,41

Таблица 7. Результаты по шестому интервалу.

0,005565	-1108,2	3151,3	17842,3	-17480,6	2404,9	9,056	79,46	70,41
0,0056	-1105,9	3344,3	17836,1	-17256,7	2817,75	10,61	80,21	69,59
0,0057	-1098,7	3893,3	17818,2	-16632,7	3980,09	14,99	82,32	67,33
0,0058	-1090,5	4438,5	17800,4	-16031,3	5117,13	19,27	84,41	65,14
0,0059	-1081,1	4979,3	17782,6	-15451,6	6229,14	23,46	86,49	63,03
0,006	-1070,7	5515,2	17764,9	-14892,9	7316,35	27,55	88,55	61
0,00605	-1065,2	5781,1	17756	-14621,2	7850,74	29,56	89,57	60,01
0,00606	-1064	5834,1	17754,2	-14567,5	7956,88	29,96	89,77	59,81
0,006065	-1063,4	5860,6	17753,3	-14540,7	8009,86	30,16	89,88	59,71

Таблица 8. Результаты по седьмому интервалу.

0,006065	-942,88	5900,5	17745,8	-14693,6	8009,86	30,16	89,88	59,71
0,0061	-939,22	6086,8	17739,6	-14502,6	8384,62	31,57	90,59	59,01
0,0062	-928,13	6614,9	17721,9	-13970,3	9438,3	35,54	92,6	57,06
0,0063	-916,13	7136,4	17704,2	-13457,6	10466,9	39,41	94,59	55,17
0,0064	-903,23	7650,9	17686,5	-12963,6	11470,5	43,19	96,55	53,35
0,0065	-889,43	8157,8	17668,8	-12487,9	12449,3	46,88	98,48	51,6
0,0066	-874,76	8656,7	17651,2	-12029,5	13403,5	50,47	100,4	49,91
0,0067	-859,22	9147	17633,5	-11588	14333,3	53,97	102,2	48,27
0,0068	-842,83	9628,3	17615,9	-11162,7	15238,7	57,38	104,1	46,69
0,006887	-827,9	10039	17600,6	-10805,4	16006,6	60,28	105,6	45,36

Таблица 9. Результаты по восьмому интервалу.

0,006887	-180,64	10414	17559,1	-11785,9	16006,6	60,28	105,6	45,36
0,00689	-827,38	10053	17600	-8473,74	18352,3	69,11	105,7	36,58
0,0069	-825,62	10100	17598,3	-8439,15	18433,6	69,42	105,9	36,45
0,007	-807,59	10562	17580,7	-8100,91	19234,1	72,43	107,6	35,19
0,0071	-788,76	11013	17563,1	-7776,24	20011,5	75,36	109,3	33,98
0,0072	-769,15	11454	17545,6	-7464,57	20765,8	78,2	111	32,81
0,0073	-748,78	11883	17528	-7165,4	21497	80,95	112,6	31,68
0,0074	-727,68	12301	17510,5	-6878,21	22205,3	83,62	114,2	30,59
0,0075	-705,86	12706	17493	-6602,54	22890,7	86,2	115,7	29,54
0,0076	-683,34	13099	17475,5	-6337,92	23553,1	88,69	117,2	28,53
0,00767	-667,17	13366	17463,3	-6159,02	24003,3	90,39	118,2	27,84

Таблица 10. Результаты по девятому интервалу.

На рисунке 3 представлен график, построенный на основе полученных координат:

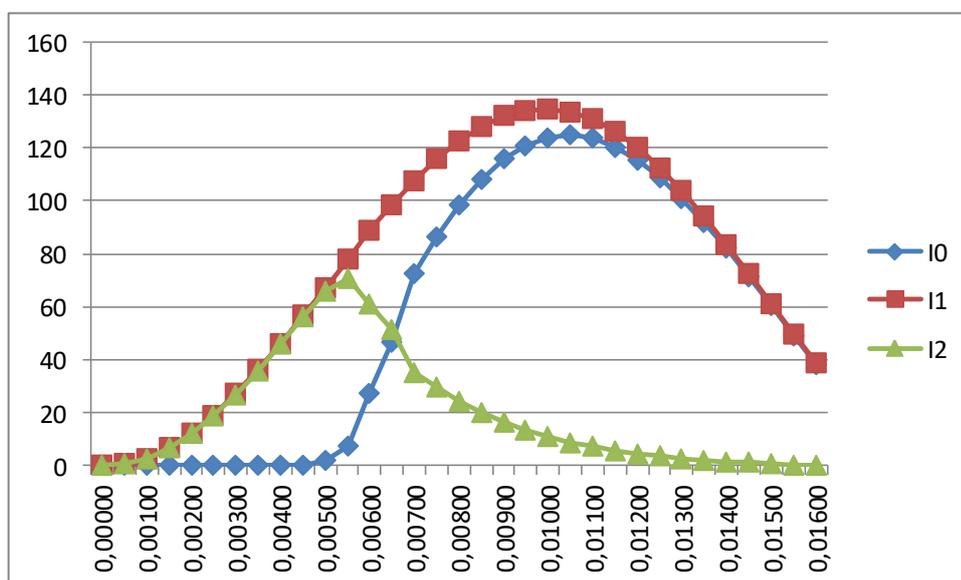


Рис. 3. график  $i_0(t), i_1(t), i_2(t)$

Схема, представленная на рис.1 является наиболее грубой и вносит в расчёт большую погрешность, что в ряде случаев может быть не допустимо. На рис.4 приведена схема замещения для любого количества ветвей.

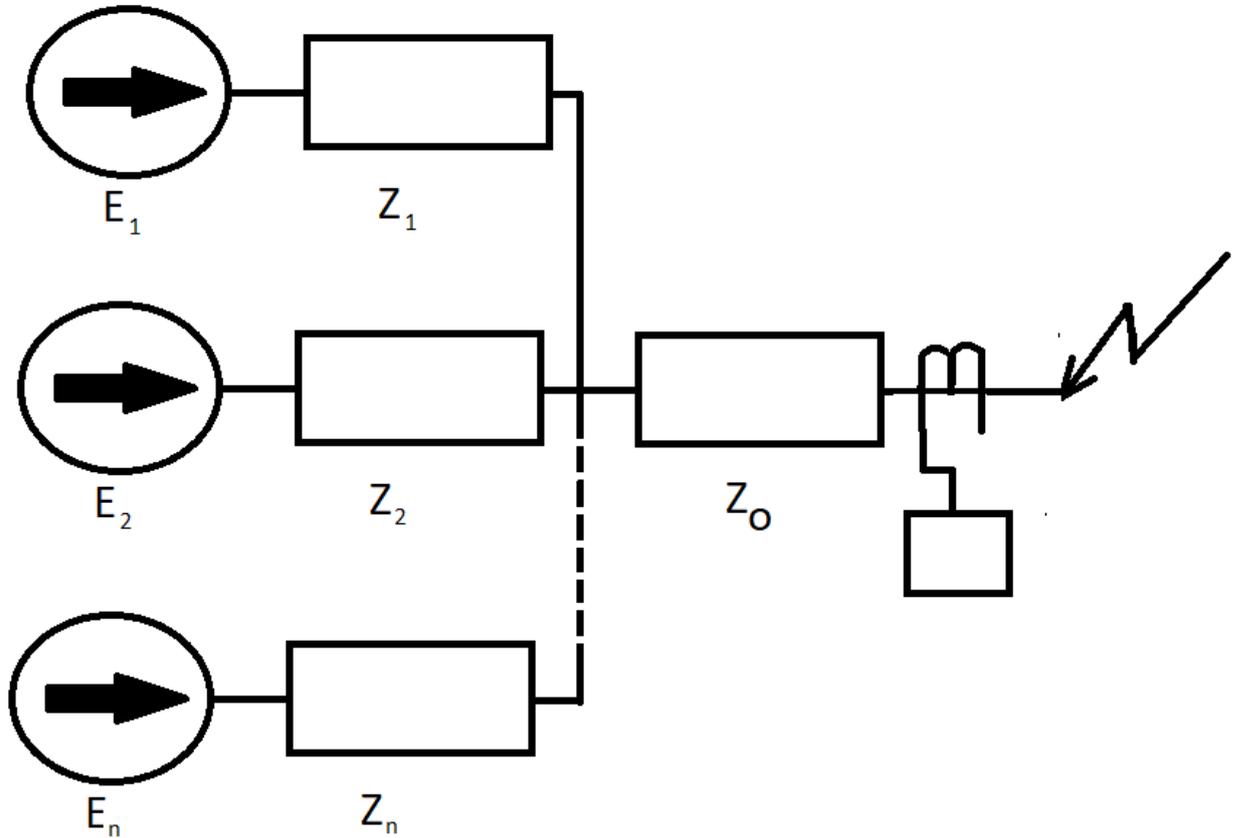


Рис.4. Схема замещения для расчёта токов короткого замыкания при питании точки КЗ от нескольких источников.

В этом случае ток КЗ имеет вид

$$i_1 = \left( \left[ \sum_{k=1}^n e^{\frac{-t}{T_{ak}}} \cos \varphi - \cos(\omega t + \varphi) \right] \right)$$

Рассмотрим изменения графика при добавлении экспонент в исходное уравнение.

Исходное уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{lr_2}{W_2^2 S} H \\ &= \frac{\sqrt{2} I Z}{K_{TT} W_2 S} \left( \cos \varphi_{HR} \left[ \left( e^{\frac{-t}{T_1}} + e^{\frac{-t}{T_2}} + e^{\frac{-t}{T_3}} \right) * \cos \varphi - \cos(\omega t + \varphi) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sin \varphi_{HR}}{\omega} \left[ - \left( e^{\frac{-t}{T_1}} \frac{\cos \varphi}{T_1} + e^{\frac{-t}{T_2}} \frac{\cos \varphi}{T_2} + e^{\frac{-t}{T_3}} \frac{\cos \varphi}{T_3} \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \omega \sin(\omega t + \varphi) \right] \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{dB}{dH} + L_2 \frac{l}{W_2^2 S} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{lr_2}{W_2^2 S} H \\ &= \frac{\sqrt{2} I Z}{K_{TT} W_2 S} \left( \cos \varphi_{HR} \left[ \left( 0,5 e^{\frac{-t}{T_1}} + 0,3 e^{\frac{-t}{T_2}} + 0,2 e^{\frac{-t}{T_3}} \right) * \cos \varphi \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \cos(\omega t + \varphi) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sin \varphi_{HR}}{\omega} \left[ - \left( 0,5 e^{\frac{-t}{T_1}} \frac{\cos \varphi}{T_1} + 0,3 e^{\frac{-t}{T_2}} \frac{\cos \varphi}{T_2} + 0,2 e^{\frac{-t}{T_3}} \frac{\cos \varphi}{T_3} \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \omega \sin(\omega t + \varphi) \right] \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(t) &= \frac{2}{109,1} \left( \left( 0,5 e^{\frac{-t}{0,271}} + 0,3 e^{\frac{-t}{0,060}} + 0,2 e^{\frac{-t}{0,0324}} \right) * \cos \varphi * 2,24 * 6000 * 1,41 \right. \\ & \quad \left. - 0,0063 * 6000 * 1,41 * \cos \varphi \left( 0,5 * \frac{e^{\frac{-t}{0,271}}}{0,271} + 0,3 * \frac{e^{\frac{-t}{0,060}}}{0,060} + 0,2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. * \frac{e^{\frac{-t}{0,0324}}}{0,0324} \right) \right) - \frac{2}{109,1} * (2,24 * 6000 * 1,41 \\ & \quad * (-\cos(\omega t + \varphi)) + 0,0063 * 6000 * 1,41 * \omega \sin(\omega t + \varphi)) \end{aligned}$$

Подставим

$$\begin{aligned} & 0,0148 H'(t) + 0,0218 H \\ &= 106,3375 e^{\frac{-t}{0,271}} - 143,7695 e^{\frac{-t}{0,060}} - 75,85 e^{\frac{-t}{0,0324}} \\ & \quad - 409,4257 \cos(314t + \varphi) + 307,069 \sin(314t + \varphi) \\ & H'(t) + 1,47 H \\ &= 7184,97 e^{\frac{-t}{0,271}} - 9714,12 e^{\frac{-t}{0,060}} - 16705,9 e^{\frac{-t}{0,0324}} \\ & \quad - 27663,9 \cos(314t + \varphi) + 20729,05 \sin(314t + \varphi) \end{aligned}$$

$$h(t) = \frac{314d + ag}{a^2 + 98598} * \sin(314t + \varphi) + \frac{ad - 314g}{a^2 + 98598} * \cos(314t + \varphi) + \frac{bT_1 \cos(\varphi) e^{-\frac{t}{T_1}}}{aT_1 - 1} + \frac{k_1 T_2 \cos(\varphi) e^{-\frac{t}{T_2}}}{aT_2 - 1} + \frac{k_2 T_3 \cos(\varphi) e^{-\frac{t}{T_3}}}{aT_3 - 1} + C_1 e^{-at}$$

$$h(0) = \frac{314d + ag}{a^2 + 98598} * \sin(\varphi) + \frac{ad - 314g}{a^2 + 98598} * \cos(\varphi) + \frac{bT_1 \cos(\varphi)}{aT_1 - 1} + \frac{k_1 T_2 \cos(\varphi)}{aT_2 - 1} + \frac{k_2 T_3 \cos(\varphi)}{aT_3 - 1} + C_1$$

$$C_1 = h(0) - \frac{314d + ag}{a^2 + 98598} * \sin(\varphi) - \frac{ad - 314g}{a^2 + 98598} * \cos(\varphi) - \frac{bT_1 \cos(\varphi)}{aT_1 - 1} - \frac{k_1 T_2 \cos(\varphi)}{aT_2 - 1} - \frac{k_2 T_3 \cos(\varphi)}{aT_3 - 1}$$

Пересчитываем все коэффициенты (**a,b,d, и g**) в уравнении т.к. изменилось  $\frac{dB}{dH}$ . Далее находим  $C_1$ . После нахождения  $C_1$  подставляем значение в уравнение и считаем до  $H = H_1$  с шагом по времени  $\Delta t = 0,0005$  с. при  $\varphi = 0$ .

Получаем Таблицу 2 с результатами по второму интервалу:

t	A	B	C	D	E	F	H(t)	I <sub>0</sub> (t)	I <sub>1</sub> (t)	I <sub>2</sub> (t)
0	0	-66,511	-6178,37	-524,362	-174,342	6943,582	0	0	0	0
0,0005	-13,738	-65,692	-6166,98	-520,011	-171,672	6938,475	0,3845	0,0014	0,5185	0,5171
0,001	-27,138	-63,255	-6155,61	-515,695	-169,043	6933,373	2,6306	0,0099	2,7605	2,7506
0,0015	-39,87	-59,262	-6144,26	-511,416	-166,455	6928,274	7,0093	0,0264	6,6622	6,6358
0,002	-51,62	-53,808	-6132,94	-507,172	-163,906	6923,18	13,737	0,0517	12,119	12,067
0,0025	-62,099	-47,03	-6121,63	-502,963	-161,396	6918,088	22,968	0,0865	18,987	18,901
0,003	-71,049	-39,094	-6110,35	-498,789	-158,924	6913,001	34,797	0,131	27,09	26,959
0,0035	-78,249	-30,195	-6099,09	-494,65	-156,49	6907,917	49,248	0,1855	36,22	36,034
0,004	-83,523	-20,553	-6087,84	-490,545	-154,094	6902,838	66,281	0,2496	46,142	45,893
0,0044	-412,5	-61,858	18984,55	-3767,84	-914,392	-13746,3	81,696	0,3076	54,482	54,174

Для момента времени равного  $t = 0,0044$  с. принимаем  $H=81,696$  и переходим на 2 интервал.

Пересчитываем все коэффициенты (**a,b,d, и g**) в уравнении т.к. изменилось  $\frac{dB}{dH}$ .

Для это интервала определяем  $C_2$  подставив  $h(0,0044) = 81,696$  и в формулу подставляем  $t = 0,0044$  с.

Отсюда:

$$C_2 = h(0,0044) - \frac{314d + ag}{a^2 + 98598} * \sin(\varphi) - \frac{ad - 314g}{a^2 + 98598} * \cos(\varphi) - \frac{bT_1 \cos(\varphi)}{aT_1 - 1} - \frac{k_1 T_2 \cos(\varphi)}{aT_2 - 1} - \frac{k_2 T_3 \cos(\varphi)}{aT_3 - 1}$$

После нахождения  $C_2$  подставляем значение в уравнение и считаем до  $H = H_2$  с шагом по времени  $\Delta t = 0,0005$  с. при  $\varphi = 0$ .

Получаем продолжение Таблицы 5 с результатами по второму интервалу :

t	A	B	C	D	E	F	H(t)	I <sub>0</sub> (t)	I <sub>1</sub> (t)	I <sub>2</sub> (t)
0,0044	-412,5	-61,858	18984,55	-3767,84	-914,392	-13746,3	81,696	0,3076	54,482	54,174
0,0045	-414,77	-51,642	18977,55	-3761,57	-911,574	-13736,5	101,54	0,3824	56,605	56,223
0,0046	-416,63	-41,375	18970,54	-3755,3	-908,765	-13726,7	121,82	0,4587	58,739	58,28
0,0047	-418,08	-31,067	18963,55	-3749,05	-905,964	-13716,9	142,52	0,5367	60,882	60,346
0,0048	-809,18	-41,858	12419,56	-26628,7	-2503,81	17727,63	163,65	0,6163	63,032	62,416

Аналогично считаем  $C_{n+1}$  : подставляем в уравнение и считаем до

$H = H_{n+1}$  с шагом  $\Delta t = 0,005$  с. при  $\varphi = 0$ .

Получаем Таблицу 6:

t	A	B	C	D	E	F	H(t)	I <sub>0</sub> (t)	I <sub>1</sub> (t)	I <sub>2</sub> (t)
0,0048	-809,18	-41,858	12419,56	-26628,7	-2503,81	17727,63	163,65	0,6163	63,032	62,416
0,0049	-810,38	-20,939	12414,98	-26584,3	-2496,1	17702,77	205,99	0,7757	65,186	64,41
0,00498	-3396,9	-25,255	9640,853	6482,422	5221,435	-17682,2	240,41	0,9053	66,911	66,006
0,005	-3396,9	-0,0001	9640,142	6480,262	5218,213	-17656,7	284,98	1,0732	67,342	66,269
0,0051	-3395,2	126,254	9636,585	6469,47	5202,132	-17529,8	509,36	1,9181	69,499	67,581
0,0052	-3390,2	252,383	9633,03	6458,697	5186,101	-17403,9	736,12	2,772	71,653	68,881
0,00523	-3924,4	377,135	9525,647	6077,402	4486,556	-15737,8	804,59	3,0298	72,299	69,269
0,0053	-3917,2	491,614	9523,187	6070,316	4476,873	-15637,9	1006,9	3,7917	73,803	70,011
0,0054	-3903,6	654,731	9519,674	6060,207	4463,077	-15496,4	1297,7	4,8868	75,946	71,06
0,0055	-3886,2	817,201	9516,162	6050,115	4449,323	-15356,1	1590,5	5,9894	78,081	72,092
0,00551	-4492	1802,52	9310,28	5414,862	3507,365	-13923,1	1619,9	6,1	78,294	72,194
0,0056	-4469,7	2117,12	9307,188	5406,746	3497,636	-13686,8	2172,2	8,1799	80,205	72,025
0,00564	-1099,1	3565,02	9217,646	5163,39	3194,189	-17624,1	2417	9,1017	81,051	71,949
0,0057	-1094,7	3894,08	9215,605	5158,229	3188,279	-17238,9	3122,5	11,759	82,316	70,557
0,0058	-1086,5	4439,36	9212,205	5149,639	3178,454	-16615,6	4277,6	16,108	84,412	68,304
0,0059	-1077,2	4980,27	9208,806	5141,063	3168,659	-16014,8	5406,8	20,36	86,49	66,13
0,006	-1066,8	5516,26	9205,409	5132,502	3158,895	-15435,8	6510,5	24,517	88,549	64,033
0,0061	-1055,4	6046,81	9202,013	5123,955	3149,16	-14877,6	7588,9	28,578	90,587	62,009
0,00614	-930,97	6300,01	9199,249	5116,878	3140,936	-14812,8	8013,3	30,175	91,395	61,22
0,0063	-912,28	7137,77	9193,819	5103,251	3125,464	-13952,6	9695,4	36,51	94,589	58,079
0,0064	-899,43	7652,35	9190,427	5094,753	3115,832	-13440,5	10713	40,343	96,549	56,206
0,0065	-885,7	8159,38	9187,037	5086,269	3106,23	-12947,2	11706	44,081	98,48	54,399
0,0066	-871,08	8658,36	9183,647	5077,799	3096,658	-12472	12673	47,724	100,38	52,655

0,0067	-855,61	9148,79	9180,259	5069,343	3087,115	-12014,3	13616	51,272	102,24	50,972
0,0068	-839,3	9630,19	9176,872	5060,901	3077,602	-11573,3	14533	54,727	104,07	49,348
0,0069	-822,15	10102,1	9173,486	5052,473	3068,118	-11148,5	15425	58,088	105,87	47,78
0,00697	-809,67	10426,5	9171,117	5046,582	3061,496	-10860,5	16036	60,385	107,1	46,714
0,007	-804,19	10564	9170,102	5044,059	3058,663	-10739,4	16293	61,355	107,62	46,266
0,0075	-702,89	12708,5	9153,199	5002,2	3011,823	-8908,02	20265	76,311	115,74	39,428
0,008	-584,28	14540,1	9136,326	4960,688	2965,701	-7388,97	23630	88,982	122,63	33,645
t	A	B	C	D	E	F	H(t)	I <sub>0</sub> (t)	I <sub>1</sub> (t)	I <sub>2</sub> (t)
0,00807	-121,55	15319,9	9126,158	4935,139	2936,62	-8143,77	24053	90,574	123,48	32,908
0,0085	-96,838	16611,1	9111,689	4899,897	2897,904	-6830,27	26594	100,14	128,1	27,962
0,009	-65,914	17730,6	9094,893	4859,234	2853,526	-5566,92	28905	108,85	132,03	23,183
0,0095	-33,368	18413,6	9078,128	4818,909	2809,828	-4537,24	30550	115,04	134,3	19,261
0,01	-1E-05	18643,1	9061,394	4778,918	2766,8	-3698,02	31552	118,82	134,85	16,037
0,0105	33,368	18413,6	9044,691	4739,259	2724,43	-3014,02	31941	120,28	133,66	13,381
0,011	65,9144	17730,6	9028,019	4699,929	2682,709	-2456,54	31751	119,56	130,75	11,187
0,0115	96,8378	16611,1	9011,378	4660,926	2641,627	-2002,17	31020	116,81	126,18	9,3723

На рисунке 5 представлен график, построенный на основе полученных координат:

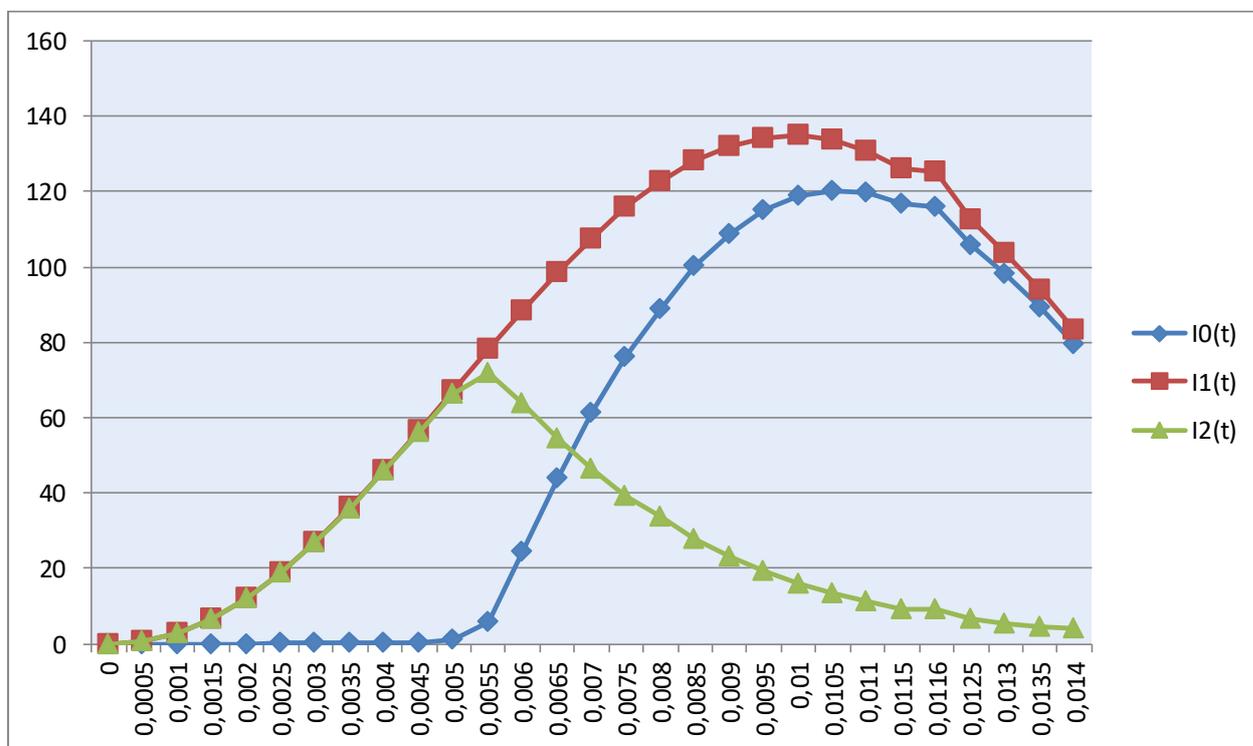


Рис.5 график  $i_0(t), i_1(t), i_2(t)$

Автор выражает благодарность доктору технических наук, профессору В.И. Нагаю за помощь в решении задачи для международной научно технической конференции XLIII «Кибернетика энергетических систем».

## Выводы:

1. Предложен метод расчета переходного вторичного тока позволяющий снизить погрешность расчета, по сравнению с другими известными численными методами.
2. Разработанный метод позволяет вычислить вторичный ток ТТ при наличии в первичном токе нескольких апериодических составляющих.
3. Данный метод может быть автоматизирован и программа имеет возможность в режиме реального времени осуществлять проверку правильности работы системы, что приведет к повышению надежности. О чем не однократно говорилось на XLIII международной научно-технической конференции «Кибернетика энергетических систем» как о приоритетной задаче. В частности обозначили необходимость повышения надежности В.В. Котоливец (ПАО «РоссетиЮг»), а необходимость новых решений связанных с ужесточением норм А.Н. Малюков (АО «СО ЕЭС» Ростовское РДУ).

## Литература

1. Рыбалкин А.Д., Шурупов А.А. Особенности расчета погрешностей при реализации алгоритма функционирования микропроцессорной релейной защиты. Релейная защита и автоматизация. №3 (20) сентябрь 2015.
2. Рыбалкин А.Д. Расчёт минимального времени насыщения трансформатора тока с прямоугольной характеристикой намагничивания при активно- индуктивной нагрузке с программной реализацией [Текст] А.Д. Рыбалкин, Нагай В.И., Иванченко А.Н., Рыбалкин Д.А. Известия высших учебных заведений. ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА 2020; 4: 70-76
3. Кужеков С.Л., Дегтярёв А.А., Воробьёв В.С. Москаленко В.В. Определение времени до насыщения трансформаторов тока в переходных режимах коротких замыканий. Электрические станции. №1, 2017
4. [www.ekra-adr.ru/wp/програмное-обеспечение-для-нир/](http://www.ekra-adr.ru/wp/програмное-обеспечение-для-нир/)